

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВНЕДРЕНИЯ В ГРУНТ СФЕРИЧЕСКОГО КОВША

NUMERICAL MODEL OF SPHERICAL EXCAVATOR BUCKET INTEGRATION INTO SOIL

G. Bury,
associate professor,
candidate of engineering sciences,
Siberian State University of the road transport,
Omsk.

Increase in the volume of mineral resources development is directly connected with the increase in capacity of special equipment, such as hydraulic single-bucket excavator. The Paper describes the structure of a «spherical» bucket of an excavator, which allows increasing its efficiency due to a larger volume of excavated soil with the same force of the bucket swivel hydraulic cylinder. The purpose of the Paper is achieved, as the dependencies and algorithm for selection of the minimum force of the hydraulic cylinder for soil excavation with a «spherical» bucket are determined. In order to achieve the objective of the Paper, a numerical model of soil excavation process with use of a «spherical» bucket has been reviewed.

Keywords: soil, bucket, hydraulic single-bucket excavator, numerical model, force.

Сферы разработки полезных ископаемых, строительства, коммунального хозяйства невозможно представить без такой машины как одноковшовый гидравлический экскаватор. Производительность данной машины напрямую зависит от объема грунта, который зачерпывается и перемещается при рабочем цикле. Объем же зачерпываемого грунта, при стандартной конструкции рабочего оборудования, зависит от силы гидроцилиндра поворота ковша, которую создает гидропривод. Сила от гидроцилиндра затрачивается на преодоление сил сопротивления копанью, чем она выше, тем больший объем грунта может быть зачерпан. Одним из путей повышения объема зачерпываемого грунта является изменение конструкции ковша экскаватора. Сила гидроцилиндра напрямую зависит от сил сопротивления копанью, поэтому ковш должен иметь оптимальную конструкцию, на которую будет оказываться минимум силы сопротивления грунта. Рассмотрим конструкцию названную «сферической» представленную на *рисунке 1*, которая позволяет зачерпывать больший объем грунта при прежних параметрах гидропривода.

Принцип работы ковша заключается во вращении сферической части вокруг оси поворота. Преимущества конструкции представленной на *рисунке 1* по сравнению со стандартными ковшами заключаются в том, что «лобовой» контакт с грунтом приходится на небольшую площадь ковша.

Г.Г. Бурый,

доцент,

кандидат технических наук,

Сибирский государственный автомобильно-дорожный университет,

г. Омск.

Ключевые слова: грунт, ковш, одноковшовый гидравлический экскаватор, математическая модель, сила.

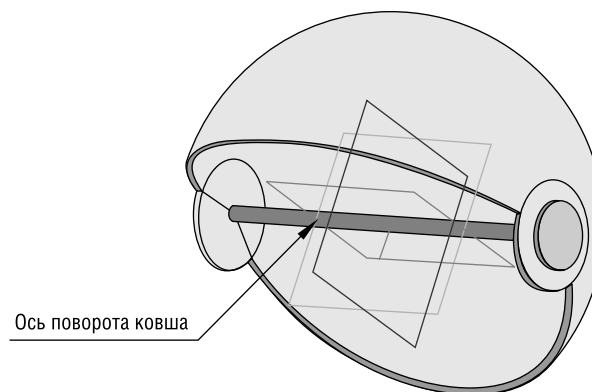


Рис. 1. Сферический ковш.

По нормали сила сопротивления грунта действует только на режущую кромку. Остальная площадь ковша воспринимает касательные силы трения от грунта. Такое соотношение касательных и нормальных сил снижает общую силу сопротивления копанью. Следует оценить прирост производительности машины от такой конструкции ковша. Для этого требуется рассмотреть математическую модель процесса взаимодействия данного ковша с грунтом и определить зависимость силы гидроцилиндра от параметров процесса [3]. Для начала рассмотрим схему процесса внедрения сферического ковша в грунт представленную в разрезе на *рисунке 2*.

На *рисунке 2* приведены следующие обозначения: M_1 — масса ковша сферической формы, кг; M_2 — масса грунта контактирующая с режущей кромкой ковша, кг; M_3 — масса грунта вовлекаемая в движение за счет боковых сил трения, кг; P_1 — сила от гидроцилиндра, Н; P_2 — сила сопротивления от массы M_2 , Н; P_3 — сила сопротивления от массы M_3 , Н; b_3 — толщина грунта вовлекаемая в движение за счет сил трения, м; H — толщина сферической части ковша, м.

Внедрению ковша массой M_1 в грунт препятствуют силы P_2 и P_3 на преодоление которых и затрачивается сила гидроцилиндра ковша P_1 . Под массой M_2 понимается уплотненное ядро грунта которое толкается режущей кромкой. Под массой M_3 понимается масса перемещающегося грунта сбоку от поверхности ковша [1, 2, 4, 5, 7, 8, 10].

Далее при составлении математической модели требуется принять ряд допущений:

1) Массы $M_1 + M_2$, M_3 — это элементы с сосредоточенными параметрами;

2) Рассматривается копание горизонтальной поверхности грунта;

3) Параметры F_1 и $M_1 + M_2$ постоянны на протяжении процесса заглубления;

4) Масса $M_1 + M_2$ рассматривается как абсолютно жесткое тело;

5) Масса M_3 рассматривается как упруговязкопластичная однородно-сжимаемая среда.

Для описания процесса внедрения ковша в грунт дифференциальными уравнениями рассмотрим реологическую модель процесса, представленную на *рисунке 3*.

Помимо описанных ранее параметров на *рисунке 3* также приведены: z_1 — перемещение массы $M_1 + M_2$, м; z_2 — перемещение массы M_3 , м; q — коэффициент деформации грунта,

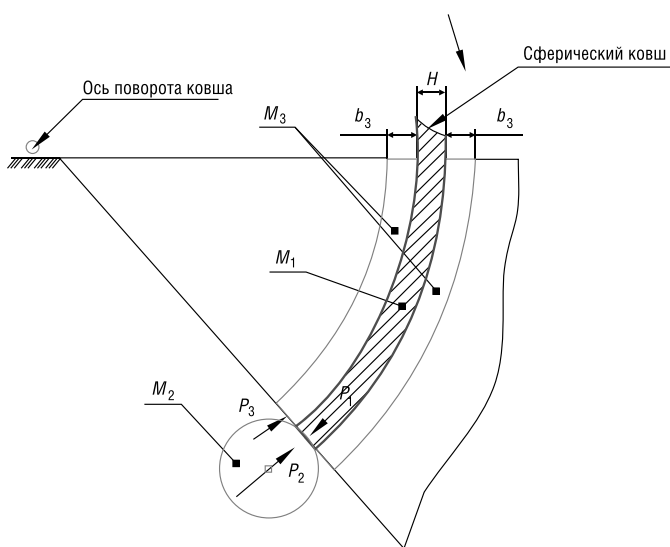


Рис. 2. Схема процесса внедрения сферического ковша в грунт.

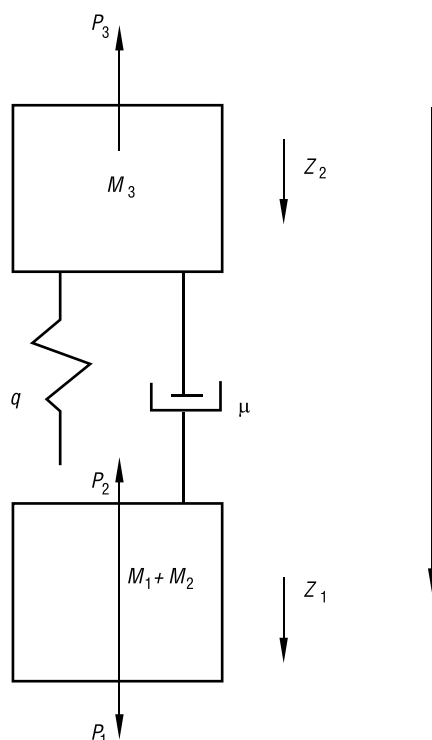


Рис. 3. Реологическая модель внедрения сферического ковша в грунт.

H/m ; μ — коэффициент учитывающий вязкое трение грунта, Н·с/м.

Модель представленная на *рисунке 3* будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений [6, 9]

$$\begin{cases} (M_1 + M_2) \cdot \ddot{z}_1 + \mu \cdot \left(\dot{z}_1 - \dot{z}_2 \right) + q \cdot (z_1 - z_2) = P_1 - P_2 \\ M_3 \cdot \ddot{z}_2 + \mu \cdot \left(\dot{z}_2 - \dot{z}_1 \right) + q \cdot (z_2 - z_1) = -P_3. \end{cases}$$

Сложим левые и правые части уравнений (1) и (2) и определим

$$\ddot{z}_1 = \frac{-M_3 \cdot \ddot{z}_2 + P_1 - P_2 - P_3}{(M_1 + M_2)} \quad (3)$$

$$\dot{z}_1 = \frac{-M_3 \cdot \dot{z}_2 + P_1 \cdot t - P_2 \cdot t - P_3 \cdot t + C_1}{(M_1 + M_2)} \quad (4)$$

$$z_1 = \frac{-M_3 \cdot z_2 + 0,5 \cdot P_1 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_2 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_3 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2}{(M_1 + M_2)} \quad (5)$$

Подставим начальные условия $t=0$, $z_1(0)=0$, $z_2(0)=0$, $\dot{z}_1(0)=0$, $\dot{z}_2(0)=0$ в выражения (4) и (5) и определим константы как $C_1=0$, $C_2=0$.

Выражения (3), (4) и (5) подставим в уравнение (1) и получим

$$\begin{aligned} & -M_3 \cdot \ddot{z}_2 - P_3 + \mu \cdot \left(-\frac{M_3 \cdot \dot{z}_2}{(M_1 + M_2)} - \dot{z}_2 \right) + \\ & \mu \cdot \left(\frac{P_1 \cdot t - P_2 \cdot t - P_3 \cdot t + C_1}{(M_1 + M_2)} \right) + q \cdot \left(\frac{-M_3 \cdot z_2}{(M_1 + M_2)} - z_2 \right) + \\ & + q \cdot \left(\frac{0,5 \cdot P_1 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_2 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_3 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2}{(M_1 + M_2)} \right) = 0. \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -M_3 \cdot \ddot{z}_2 - \mu \cdot \dot{z}_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - q \cdot z_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \\ & = -\mu \cdot \left(\frac{P_1 \cdot t - P_2 \cdot t - P_3 \cdot t + C_1}{(M_1 + M_2)} \right) - \\ & q \cdot \left(\frac{0,5 \cdot P_1 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_2 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_3 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2}{(M_1 + M_2)} \right) + P_3. \quad (7) \end{aligned}$$

Решение уравнения (7) будет включать в себя общее решение z_2^0 и частное решение z_2^* . Общее решение описывает свободные колебания системы а частное решение вынужденные колебания.

Для определения общего решения уравнения (7) его левую часть приравняем 0

$$-M_3 \cdot \ddot{z}_2 - \mu \cdot \dot{z}_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - q \cdot z_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) = 0. \quad (8)$$

Представим уравнение (8) в виде характеристического уравнения где x — это его корень

$$A \cdot x^2 + B \cdot x + C = 0; \quad (9)$$

$$A = -M_3; \quad (10)$$

$$B = -\mu \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right); \quad (11)$$

$$C = -q \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right). \quad (12)$$

Корни уравнения (9) будут выглядеть следующим образом

$$x_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}; \quad (13)$$

$$x_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}. \quad (14)$$

Запишем общее решение уравнения (7)

$$z_2^0 = k_1 e^{x_1 t} + k_2 e^{x_2 t}. \quad (15)$$

Чтобы определить постоянные k_1 и k_2 нужно продифференцировать выражение (15)

$$\dot{z}_2^0 = x_1 k_1 e^{x_1 t} + x_2 k_2 e^{x_2 t}. \quad (16)$$

Далее для определения постоянных подставим в выражения (15) и (16) начальные условия при $t=0$, $z_2(0)=0$; $\dot{z}_2(0)=0$ и получим $k_1=0$, $k_2=0$, следовательно общее решение уравнения (7) будет равняться 0.

Для подбора частного решения уравнения (7) представим его в виде

$$z_2^* = A_1 t^2 + A_2 t + A_3. \quad (16)$$

Продифференцируем выражение (16) дважды и получим

$$\dot{z}_2 = 2A_1 t + A_2; \quad (17)$$

$$\ddot{z}_2 = 2A_1. \quad (18)$$

Далее выражения (16), (17) и (18) подставим в уравнение (7)

$$\begin{aligned} & -M_3 \cdot 2A_1 - \mu \cdot 2A_1 t \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - \\ & \mu \cdot A_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - q \cdot A_1 t^2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - \\ & - q \cdot A_1 t \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) - q \cdot A_3 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \quad (19) \\ & = -\mu \cdot \left(\frac{P_1 \cdot t - P_2 \cdot t - P_3 \cdot t + C_1}{(M_1 + M_2)} \right) \\ & - q \cdot \left(\frac{0,5 \cdot P_1 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_2 \cdot t^2 - 0,5 \cdot P_3 \cdot t^2 + C_1 \cdot t + C_2}{(M_1 + M_2)} \right) + P_3. \end{aligned}$$

Приведем уравнение (19) к виду где в левой и правой части квадратные уравнения

$$\begin{aligned} & -q \cdot A_1 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \cdot t^2 \\ & - (2\mu \cdot A_1 + q \cdot A_2) \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \cdot t - \\ & - M_3 \cdot 2A_1 - q \cdot A_3 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \\ & - \mu \cdot A_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) = -\frac{0,5 \cdot q \cdot (P_1 - P_2 - P_3)}{M_1 + M_2} \cdot t^2 \quad (20) \\ & - \frac{(\mu \cdot (P_1 - P_2 + P_3) + q \cdot C_1)}{M_1 + M_2} \cdot t - \frac{(\mu \cdot C_1 + q \cdot C_2)}{M_1 + M_2} + P_3. \end{aligned}$$

Приравняем выражения в левой и правой части перед t^2 , t и свободный член и запишем систему уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} & -q \cdot A_1 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) = -\frac{0,5 \cdot q \cdot (P_1 - P_2 - P_3)}{M_1 + M_2} \quad (21) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & - (2\mu \cdot A_1 + q \cdot A_2) \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) = -\frac{(\mu \cdot (P_1 - P_2 + P_3) + q \cdot C_1)}{M_1 + M_2} \quad (22) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -M_3 \cdot 2A_1 - q \cdot A_3 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) \quad (23) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} & -\mu \cdot A_2 \cdot \left(\frac{M_3 + M_1 + M_2}{(M_1 + M_2)} \right) = -\frac{(\mu \cdot C_1 + q \cdot C_2)}{M_1 + M_2} + P_3. \end{aligned} \right.$$

Из уравнения (21) выразим A_1

$$A_1 = \frac{0,5 \cdot (P_1 - P_2 - P_3)}{M_1 + M_2 + M_3}. \quad (24)$$

Определим A_2 путем подстановки выражения (24) в уравнение (22)

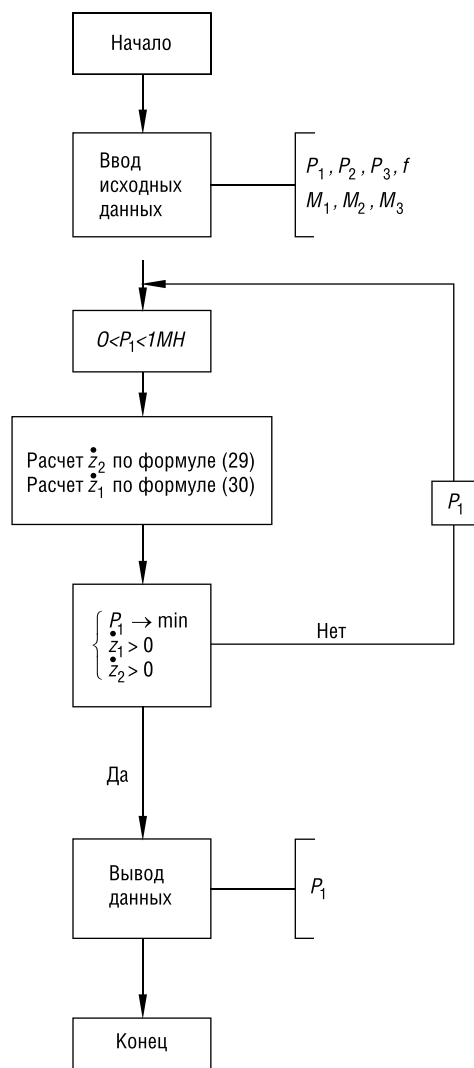
$$A_2 = \frac{C_1}{M_1 + M_2 + M_3}. \quad (25)$$

Определим A_3 путем подстановки выражений (24) и (25) в уравнение (23)

$$\begin{aligned} A_3 = & \frac{C_2}{M_1 + M_2 + M_3} - \frac{P_3 \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)} \\ & - \frac{M_3 \cdot (P_1 - P_2 - P_3) \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)^2}. \quad (26) \end{aligned}$$

Запишем частное решение уравнения (7) в виде

$$\begin{aligned} z_2^* = & \frac{0,5 \cdot (P_1 - P_2 - P_3)}{M_1 + M_2 + M_3} t^2 + \frac{C_1}{M_1 + M_2 + M_3} t \\ & + \frac{C_2}{M_1 + M_2 + M_3} - \frac{P_3 \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)} - \frac{M_3 \cdot (P_1 - P_2 - P_3) \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)^2}. \quad (27) \end{aligned}$$

Рис. 4. Блок-схема алгоритма для подбора силы P_1 .

Полное решение уравнения (7) будет выглядеть следующим образом

$$z_2 = \frac{0,5 \cdot (P_1 - P_2 - P_3)}{M_1 + M_2 + M_3} t^2 - \frac{P_3 \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)} - \frac{M_3 \cdot (P_1 - P_2 - P_3) \cdot (M_1 + M_2)}{q \cdot (M_1 + M_2 + M_3)^2}. \quad (28)$$

Продифференцируем по t выражение (28) для определения скорости массы M_3

$$\dot{z}_2 = \frac{P_1 - P_2 - P_3}{M_1 + M_2 + M_3} \cdot t. \quad (29)$$

Для определения скорости массы $M_1 + M_2$ подставим выражение (29) в выражение (4)

$$\dot{z}_1 = \frac{(1 - M_3) \cdot (P_1 - P_2 - P_3) \cdot t}{(M_1 + M_2) \cdot (M_1 + M_2 + M_3)}. \quad (30)$$

На основе полученных зависимостей (29) и (30) был разработан алгоритм определения минимальной силы гидроцилиндра P_1 . Блок-схема алгоритма приведена на рисунке 4.

Принцип подбора силы P_1 согласно алгоритму представленному на рисунке 4 заключается в следующем. Изначально задаются исходные данные и по формулам (29) и (30) рассчитываются значения скоростей $\dot{z}_1$ и $\dot{z}_2$. Далее принимаются условия такие как минимальность силы P_1 и положительные значения скоростей $\dot{z}_1$ и $\dot{z}_2$. Если условия соблюдаются полученная сила P_1 является искомой, если нет, тогда изменяется значение силы P_1 в исходных данных и расчет повторяется, пока условия не будут выполнены. Для автоматизации расчетов и упрощения применения на практике данный алгоритм может быть реализован в программе для ЭВМ. ■

ЛИТЕРАТУРА

1. Ананин В.Г. Результаты экспериментальных исследований и моделирования рабочего оборудования одноковшового экскаватора // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2013. № 1 (38). С. 205-213.
2. Баловнев, В.И. Моделирование процессов взаимодействия со средой рабочих органов дорожно-строительных машин / В.И. Баловнев. - М.: Высшая школа, 1981. - 335 с.
3. Патент 2656286 Российская Федерация, МПК E02F 3/28. Ковш экскаватора сферический / Бурый Г.Г.; заявитель и патентообладатель Бурый Г.Г.
4. Зеленин А.Н., Павлов В.П., Агароник М.Я., Королев А.В., Перлов А.С. Исследование разработки грунта гидравлическими экскаваторами // Строительные и дорожные машины. 1976. № 10. С. 9 - 11.
5. Зеленин, А.Н. Машины для земляных работ / А.Н. Зеленин, В.И. Баловнев, И.П. Керов. - М.: Машиностроение, 1975. - 423 с.
6. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем/ В.П. Тарасик. - Мн.: Дизайн ПРО, 2004. - 640.
7. Тарасов В.Н., Коваленко М.В. Механика копания грунтов ковшом гидравлического экскаватора // Строительные и дорожные машины. 2003. №8. С. 41-45.
8. Хархута, Н. Я. Прочность, устойчивость и уплотнение грунтов земляного полотна автомобильных дорог/ Н. Я. Хархута, Ю.М. Васильев. - М.: Транспорт, 1975. - 288с.
9. Шипачев В.С. Курс высшей математики: учеб. / под ред. А.Н. Тихонова. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2005. - 600 с.
10. Sinclair R. Hydraulic Excavators: Quarrying & Mining Applications. London, Sinclair Publishing, 2011. 388 p.