

Алгоритм решения контактных задач с использованием технологий глубокого машинного обучения при переработке полезных ископаемых

Р. Д. Пряжевский^{1✉}, В. А. Атрушкевич², Е. Ю. Барменков¹

¹ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе» (МГРИ), г. Москва, Российская Федерация

²ФГБУН «Институт проблем комплексного освоения недр имени академика Н. В. Мельникова» Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация

✉ pryazhevsky@mgri.ru

Резюме. Разработан и представлен алгоритм решения контактных задач механики деформируемого твердого тела с использованием технологий глубокого машинного обучения. Метод основан на применении физически информированных нейронных сетей, что позволяет искать решения, непосредственно удовлетворяющие системам дифференциальных уравнений равновесия и граничным условиям. Ключевой особенностью предложенного подхода является сведение исходной краевой задачи с односторонними контактными ограничениями, выраженными в форме неравенств, к задаче безусловной оптимизации. Для этого построена специальная функция потерь, которая инкорпорирует условия непроникания и отсутствия адгезии в процедуру обучения нейронной сети. Алгоритм продемонстрирован на репрезентативных примерах контакта абсолютно твердого штампа с упругими основаниями, моделируемыми балками Бернулли – Эйлера и Тимошенко в одномерной постановке. Показано, что метод эффективно определяет как искомые поля перемещений и давлений, так и неизвестную заранее область контакта. Разработанный подход формирует вычислительную основу для создания быстрых суррогатных моделей, актуальных для моделирования и оптимизации процессов переработки минерального сырья, таких как дробление и измельчение, в контексте задач энергосбережения и кристаллосбережения.

Ключевые слова: полезные ископаемые, дробление, измельчение, физически информированные нейронные сети, балки, пластины, машинное обучение, математическая оптимизация, кристаллосбережение

Для цитирования: Пряжевский Р. Д., Атрушкевич В. А., Барменков Е. Ю. Алгоритм решения контактных задач с использованием технологий глубокого машинного обучения при переработке полезных ископаемых. *Маркшейдерия и недропользование*. 2026; 26 (3): 21-26. <https://doi.org/10.56195/20793332-2026-26-3-21-26>.

An algorithm for solving contact problems using deep machine learning technologies in mineral processing

R. D. Pryazhevsky^{1✉}, V. A. Atrushkevich², E. Yu. Barmenkov¹

¹Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education, Russian State Geological Prospecting University named after Sergo Ordzhonikidze (MGRI), Moscow, Russian Federation

²Institute of Comprehensive Exploitation of Mineral Resources Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

✉ pryazhevsky@mgri.ru

Abstract. This paper develops and presents an algorithm for solving contact problems in solid mechanics using deep machine learning technologies. The method is based on the application of physically informed neural networks, which enables searching for solutions that directly satisfy systems of equilibrium differential equations and boundary conditions. A key feature of the proposed approach is the reduction of the original boundary value problem with one-sided contact constraints expressed as inequalities to an unconstrained optimization problem. For this purpose, a special loss function is constructed that incorporates the non-penetration and non-adhesion conditions into the neural network training procedure. The algorithm is demonstrated using representative examples of contact between a perfectly rigid stamp and elastic foundations modeled by Bernoulli-Euler and Timoshenko beams in a one-dimen-

sional setting. It is shown that the method effectively determines both the sought-after displacement and pressure fields and the previously unknown contact region. The developed approach forms a computational basis for the creation of fast surrogate models relevant for modeling and optimizing mineral processing processes, such as crushing and grinding, in the context of energy conservation and crystal conservation.

Keywords: contact problems, physically informed neural networks, beams, plates, machine learning, mathematical optimization, crystal conservation, crushing

For citation: Pryazhevsky R.D., Atrushkevich V.A., Barmenkov E.Yu. An algorithm for solving contact problems using deep machine learning technologies in mineral processing. *Mine Surveying and Subsurface Use*. 2026; 26 (3): 21-26. (In Russ.). <https://doi.org/10.56195/20793332-2026-26-3-21-26>.

Введение

Процессы переработки минерального сырья — дробление, измельчение, брикетирование, гранулирование — в своей основе являются совокупностью множества микро- и макроконтальных взаимодействий. Механическое разрушение куска породы между щеками дробилки, дробление и истирание материала шарами в мельнице, уплотнение концентрата под прессом — это классические контактные задачи механики деформируемого твердого тела. Их точное моделирование критически важно для оптимизации энергопотребления, прогнозирования износа оборудования, управления гранулометрическим составом продукта и проектирования новых, более эффективных аппаратов.

Особую актуальность подобные исследования приобретают в контексте концепции кристаллосбережения при дроблении и измельчении. Её цель — минимизировать переизмельчение ценных минералов и добиться максимального раскрытия сростков при минимальном повреждении кристаллической структуры полезных компонентов. Достижение этого требует глубокого понимания и точного управления контактными силами и напряжениями, возникающими в куске руды в момент разрушения.

Традиционные подходы к решению таких задач, включая метод конечных элементов (МКЭ), сталкиваются с фундаментальными сложностями: необходимостью отслеживания эволюции контактных поверхностей, обработкой условий одностороннего контакта (непроникания), высокими вычислительными затратами при моделировании множественных актов разрушения. Это делает многовариантные расчеты и оперативное прогнозирование в рамках технологических циклов крайне затруднительными.

Технологии глубокого машинного обучения, в частности, физически информированные нейронные сети (Physics-Informed Neural Networks, PINN), предлагают новый парадигмальный подход. Они позволяют искать решение, непосредственно удовлетворяющее системе дифференциальных уравнений и краевых условий, включая неравенства, в форме единой задачи оптимизации. Это открывает путь к созданию быстрых суррогатных моделей сложных контактных процессов, способных в перспективе прогнозировать не только факт разрушения, но и его характер (хрупкий, пластичный, по границам зерен), что напрямую связано с задачами кристаллосбережения.

В данной работе предлагается алгоритм решения статических контактных задач на основе методов глубокого обучения с физическим подкреплением. В качестве фундаментальной, но репрезентативной модели, рассматривается задача о контакте абсолютно твердого штампа (аналог рабочего орга-

на дробилки, пресса или единичного дробящего тела) с упругой балкой (модель упругого основания, слоя материала или деформируемого куска руды).

Направление исследований — демонстрация принципиальной возможности точного учета условий одностороннего контакта с помощью специально сконструированной функции потерь нейронной сети. Разработанный метод будет являться основой для последующего масштабирования на решение практических задач переработки: моделирования напряженного состояния в камере дробления, анализа контактных давлений в валковом прессе, а также для фундаментального изучения распределения напряжений внутри куска с целью оптимизации режимов разрушения в русле кристаллосберегающих технологий.

Цель исследований: разработка алгоритма на основе физически информированных нейронных сетей (PINN) для моделирования контактных взаимодействий в процессах переработки полезных ископаемых (дробление, измельчение, брикетирование) с целью оптимизации энергозатрат и реализации принципов кристаллосбережения

Задачи исследований

Рассматриваются контактные задачи для тонких тел (балки, пластины), к которым будем применять общий термин «основание», и абсолютно твердых штампов [1].

Задачи рассматриваются в одномерной постановке. Все искомые и заданные функции зависят от одной пространственной координаты.

В качестве оснований рассматриваются следующие математические модели [2].

1. Балка Бернулли-Эйлера (пластина Кирхгофа в плоской постановке).

Уравнение равновесия:

$$-\frac{d^2}{dx^2} \left(EI_z \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + p = 0, x \in [0, l], \quad (1)$$

где w — прогиб балки;

p — нормальное давление;

E — модуль Юнга;

I_z — момент инерции поперечного сечения;

l — длина балки.

Как модуль Юнга, так и момент инерции могут зависеть от координаты x : $E = E(x)$, $I_z = I_z(x)$.

Граничные условия соответствуют условиям шарнирного опирания:

$$w|_{x=0} = \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=0} = w|_{x=l} = \frac{d^2 w}{dx^2} \Big|_{x=l} = 0. \quad (2)$$

2. Балка Тимошенко (пластина Тимошенко в плоской постановке):

$$k^2 \frac{d}{dx} \left(GF \frac{dw}{dx} \right) - k^2 \frac{d(GF\chi)}{dx} + p = 0, \quad (3)$$

$$GFk^2 \frac{dw}{dx} + \frac{d}{dx} \left(EI_z \frac{d\chi}{dx} \right) - GFk^2 \chi = 0, \chi \in [0, l],$$

где $\chi(x)$ – изменение угла поворота нормали к поперечному сечению за счёт сдвиговых деформаций,

G – модуль сдвига,

F – площадь поперечного сечения.

Граничные условия соответствуют условиям шарнирного опирания:

$$w|_{x=0} = \frac{d\chi}{dx}|_{x=0} = w|_{x=l} = \frac{d\chi}{dx}|_{x=l} = 0. \quad (4)$$

Полагается, что абсолютно твёрдый штамп имеет заданную форму и является либо прямоугольным, либо строго гладким и выпуклым в плане, граница которого определяется заданной функцией $f(x)$. В первом варианте приходим к контактному задаче с известной областью контакта, во втором случае область контакта Ω заранее не известна и должна быть найдена в процессе решения контактной задачи [3].

Полагаем, что величина смещения центра масс штампа h задана (рис. 1).

Контакт происходит без трения.

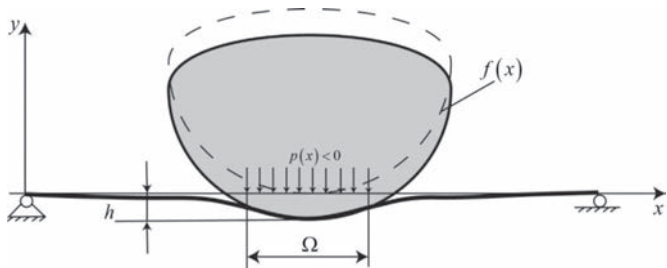


Рис. 1. Постановка задачи: $f(x)$ – функция, описывающая форму штампа; $p(x)$ – функция давления в области контакта; Ω – граница области контакта; h – величина смещения центра масс /

Fig. 1. Problem statement: $f(x)$ is a function describing the shape of the stamp; $p(x)$ is a function of pressure in the contact area; Ω is the boundary of the contact area; h is the magnitude of the displacement of the center of mass

В зоне контакта нормальные перемещения основания совпадают с перемещениями границы штампа. Полагается, что давление в зоне контакта отрицательное, а вне зоны контакта равно нулю (условия нормального контакта без трения):

$$w|_{x \in \Omega} = f(x) - h, \quad p|_{x \in \Omega} < 0, \quad p|_{x \notin \Omega} = 0. \quad (5)$$

Одной из сложностей при решении Ω контактных задач является определение области контакта, которая в данном случае является отрезком, принадлежащем оси Ox : $\Omega = \{x \in [a, b]\}$.

Введём функцию $g(x) = f(x) - h - w(x)$, которая описывает зазор между штампом и основанием. Тогда условия контакта можно записать в следующей форме

$$g(x) \geq 0, \quad p(x) \leq 0, \quad p(x)g(x) = 0. \quad (6)$$

Первое неравенство гарантирует непроникание контактирующих тел, второе обеспечивает отсутствие адгезионных сил (условие одностороннего нормального контакта). Третье равенство говорит о том факте, что при ненулевом контактом давлении зазор между взаимодействующими тела-

ми должен быть равен нулю, а при ненулевом зазоре обязано быть равным нулю контактное давление [4]. Заметим также, что это условие не исключает случая одновременного равенства нулю зазора и контактного давления, что возможно в некоторых подобластях, принадлежащих области контакта.

Запись условий контакта в форме удобна для вычислительной реализации, поскольку не включает явно саму область контакта.

Метод решения

Для решения поставленных задач предлагается метод, базирующийся на новой многообещающей технологии построения решений различных научных задач с применением глубоких нейронных сетей с физико-математическим подкреплением. Суть данного метода заключается в построении задачи математической оптимизации, эквивалентной исходной задаче. При этом искомые функции аппроксимируются посредством глубоких нейронных сетей.

Рассмотрим алгоритм решения контактных задач на примере задачи для балки Бернулли-Эйлера и абсолютно жесткого штампа, ограниченного гладкой кривой $f(x)$.

1. Функциям прогиба $w(x)$, давления $p(x)$ и зазора $g(x)$ ставим в соответствие их сетевые аппроксимации с помощью нейронной сети (рис. 2).

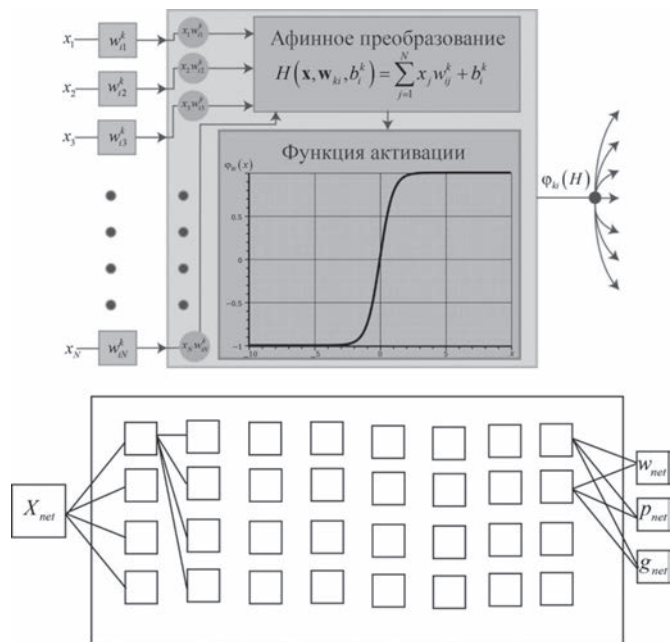


Рис. 2. Математический нейрон: $w_{ki} = (w_{ij}^k)$, $j = \overline{1, N_{ki}}$ – вектор весов входов нейрона; $x = (x_j)$ – вектор на входе в нейрон; H – аффинное преобразование вектора входного сигнала; $\varphi_{ki}(H)$ – функции активации аффинного преобразования и нелинейное преобразование /

Fig. 2. Mathematical neuron: $w_{ki} = (w_{ij}^k)$, $j = \overline{1, N_{ki}}$ is the vector of neuron input weights; x is the input vector to the neuron; H is the affine transformation of the input signal vector; $\varphi_{ki}(H)$ are the activation functions of the affine transformation and the nonlinear transformation

Сама же нейронная сеть представляет собой сложную функцию от входной переменной x , которая содержит в качестве параметров веса w_{ij}^k и сдвиги b_i^k в нейронах.

$$\begin{bmatrix} w(x) \\ p(x) \\ g(x) \end{bmatrix} \approx U_{net}(x; W, B) = \begin{bmatrix} w_{net}(x) \\ p_{net}(x) \\ g_{net}(x) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где U_{net} – нейросетевая аппроксимация искомым функций;

$W = (w_{ij}^k)$ – массив весов нейронных связей (k – номер слоя, $i = 1, M_k$ – номер нейрона в k -том слое, $j = 1, N_{ki}$ – номер входа в i -тый нейрон);

$B = b_i^k$ – матрица сдвигов в нейронах.

На выходе нейронной сети формируется функции $w_{net}(x; W, B)$, $p_{net}(x; W, B)$, и $g_{net}(x; W, B)$. Как видно, этот подход позволяет определить перемещения и контактное давление за один процесс обучения (оптимизации) нейронной сети.

2. В качестве входных данных в нейронную сеть используем множество дискретных точек (точек коллокации) X_{net} [5]. Эти точки располагаются на интервале изменения переменной x случайным образом, подчиняясь закону равномерного распределения:

$$X_{net} = \{x_i \in (0, l), i = 1, 2, \dots, N\}. \quad (8)$$

3. Строится функция потерь, которая представляет собой сумму среднеквадратических отклонений невязок уравнения и условий контакта на множестве точек коллокации, а также невязки граничных условий в точках закрепления

$$L(W, B) = \left\| -\frac{d^2}{dx^2} \left(EI_z \frac{dw_{net}}{dx^2} \right) + p_{net} \right\|_{X_{net}} + w_{net}|_{x=0} + w_{net}|_{x=l} + \left\| \frac{d^2 w_{net}}{dx^2} \right\|_{x=0} + \left\| \frac{d^2 w_{net}}{dx^2} \right\|_{x=l} + \left\| \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(g_{net})] g_{net} \right\|_{X_{net}} + \left\| \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(p_{net})] p_{net} \right\|_{X_{net}} + \|g_{net} p_{net}\|_{X_{net}}, \quad (9)$$

где $\text{sign}(g)$ – знаковая функция;

$$\|w_{net}\|_{\Omega_{net}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N w_{net}^2(x_n; W, B).$$

На рис. 3 приведена функция активации.

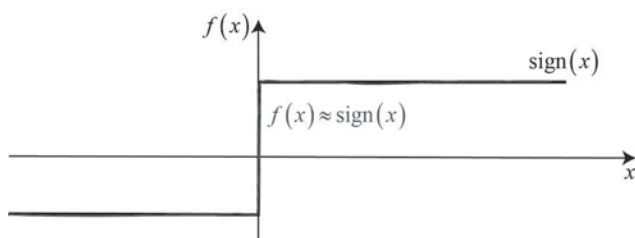


Рис. 3. Функция активации (функция $\text{sign}(x)$ – простой выключатель); кривая $f(x)$ – функция активации / Fig. 3. The function of activation (function $\text{sign}(x)$ is a simple switch); curve $f(x)$ is the activation function

Функция потерь в форме учитывает невязки всех уравнений и соотношений, в том числе, невязки неравенств в .

4. Метод обучения нейронной сети.

Целью метода обучения нейронной сети является нахождение глобального минимума функции потерь на многомерном пространстве весов W и сдвигов B . Для этого можно использовать, например, известный и хорошо зарекомендовавший себя метод адаптивной оценки моментов (усовершенствованный метод градиентного спуска) и построенный на его основе алгоритм «adam» [6].

Аналогично строится функция потерь в контактной задаче с моделью основания в виде балки Тимошенко . В этом случае используется нейросетевая аппроксимация функций

$$\begin{bmatrix} w(x) \\ p(x) \\ \chi(x) \end{bmatrix} \approx U_{net}(x; W, B) \rightarrow \begin{bmatrix} w_{net}(x; W, B) \\ p_{net}(x; W, B) \\ \chi_{net}(x; W, B) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

С использованием , функция потерь в этом случае примет вид:

$$L(W, B) = \left\| k^2 \frac{d}{dx} \left(GF \frac{dw_{net}}{dx} \right) - k^2 \frac{d(GF \chi_{net})}{dx} + p_{net} \right\|_{X_{net}} + \left\| GF k^2 \frac{dw_{net}}{dx} + \frac{d}{dx} \left(EI_z \frac{d\chi_{net}}{dx} \right) - GF k^2 \chi_{net} \right\|_{X_{net}} + w_{net}|_{x=0} + w_{net}|_{x=l} + \chi_{net}|_{x=0} + \chi_{net}|_{x=l} + \left\| \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(g)] g \right\|_{X_{net}} + \left\| \frac{1}{2} [1 + \text{sign}(p_{net})] p_{net} \right\|_{X_{net}} + \|g p_{net}\|_{X_{net}}. \quad (11)$$

Закключение

1. В результате проведённого исследования на основе технологий глубокого машинного обучения с физическим подкреплением был разработан и представлен алгоритм решения статических контактных задач для упругих оснований (модели балок Бернулли-Эйлера и Тимошенко) и абсолютно твёрдых штампов. Ключевой особенностью предложенного подхода является сведение исходной краевой задачи с неравенствами к задаче безусловной оптимизации. Для этого была построена специализированная функция потерь, которая в явном виде инкорпорирует условия одностороннего контакта (непроникание и отсутствие адгезии) в процедуру обучения нейронной сети. Использованный метод адаптивной оценки моментов (Adam) позволил эффективно находить параметры нейронной сети, минимизирующие эту функцию, что эквивалентно нахождению приближённого решения системы дифференциальных уравнений, граничных и контактных условий.

2. Представленный алгоритм, несмотря на рассмотрение модельных одномерных задач, формирует фундаментальную вычислительную основу для решения широкого круга прикладных проблем в обогащении полезных ископаемых.

Моделирование процессов дробления и измельчения: алгоритм может быть обобщён для моделирования контакта между дробящими телами (щеками дробилки, шарами мельницы) и куском руды, представленным в виде упругопластического или хрупкого тела сложной геометрии. Это открывает путь к симуляции разрушения с прогнозом гранулометрического состава продукта, что является центральной задачей для оптимизации энергозатрат. Возможность алгоритма определять неизвестную область контакта и распределение давления критически важна для оценки локальных пиковых напряжений, инициирующих трещину.

Инструмент для кристаллосберегающих технологий: точное расчётное определение полей напряжений внутри модельного куска (наподобие рассмотренной балки) позволяет изучать сценарии разрушения. Перспективным направлением является адаптация алгоритма для прогнозирования распространения трещин именно по границам минеральных зёрен (межкристаллитное разрушение), а не через них. Такой прогноз позволит целенаправленно выбирать режимы нагружения (скорость, силу, тип контакта) для максимального раскрытия сростков при минимальном переизмельчении ценного компонента.

Анализ износа и проектирование оборудования: решение контактных задач для пар «рабочий орган – материал» позволяет оценивать контактные давления, являющиеся главной причиной абразивного износа футеровок, дробящих плит, валков. Алгоритм может быть интегрирован в цикл цифрового проектирования для оптимизации геометрии рабочих органов с целью снижения удельных давлений и увеличения их ресурса.

3. На основе технологий глубокого машинного обучения с физическим подкреплением построен алгоритм решения статических контактных задач для балок и абсолютно жестких штампов. Исходная постановка задач сведена к задаче математической оптимизации. Её целью является поиск глобального минимума специально построенных функций потерь, учитывающих неравенства, входящий в формулировки условий контакта. Предложенный подход может быть использован для решения широкого класса контактных задач механики деформируемого твёрдого тела. Представленный

алгоритм решения может быть обобщен с целью решения нестационарных контактных задач.

Выводы

1. Разработан алгоритм на основе физически информированных нейронных сетей, позволяющий точно решать статические контактные задачи с односторонними условиями за счёт специальной функции потерь, учитывающей неизвестную область контакта.

2. Апробация метода на моделях балок подтвердила его результативность для определения контактных давлений и зоны взаимодействия, что актуально для моделирования процессов дробления и измельчения.

3. Созданный подход формирует вычислительную основу для построения суррогатных моделей оборудования и оптимизации режимов переработки минерального сырья в контексте кристаллосбережения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Kingma D.P., Adam J.Ba. A Method for Stochastic Optimization. 2017. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1412.6980>.
- Mirjalili V. Python Machine Learning. Third Edition / Sebastian Raschka. Packt, 2019: 770 с.
- Richthofer S., Wiskott L. Predictable feature analysis. *2015 IEEE 14th international conference on machine learning and applications (ICMLA)*. IEEE, 2015: 190-196.
- Raparthi M., Dodda B. Predictive Maintenance in IoT Devices Using Time Series Analysis and Deep Learning. *Journal of Ballistics*. 2022; 35: 01-10. <https://doi.org/10.52783/dxjb.v35.113>.
- Лакшманан В., Робинсон С., Мунн М. Машинное обучение. Паттерны проектирования. Санкт-Петербург, 2022: 448. Laksmanan V., Robinson S., Munn M. Machine Learning. Design Patterns: Trans. from English. St. Petersburg, 2022: 448. (In Russ.).
- Ensafi Y., Behmanesh A., Ghaemi R., et al. Time-series forecasting of seasonal items sales using machine learning - A comparative analysis. *International Journal of Information Management Data Insights*. 2022; 2 (1): 100058. <https://doi.org/10.1016/j.jjime.2022.100058>.
- Xue-heng Qiu, Le Zhang, Ye Ren et al. Ensemble deep learning for regression and time series forecasting. *2014 IEEE symposium on computational intelligence in ensemble learning (CIEL)*. IEEE; 2014: 1-6. <https://doi.org/10.1109/CIEL.2014.7015739>.
- Goerg Georg. Forecastrable component analysis. *International conference on machine learning*. PMLR. 2013: 64-72.
- Вероятностное машинное обучение: введение. Москва, 2022: 940. Probabilistic machine learning: an introduction. Moscow, 2022: 940.
- Benidis K., Bohlke-Schneider M., Flunkert V., et al. Probabilistic and Neural Time Series Modeling in Python. *Journal of Machine Learning Research*. 2020; 21 (116): 1-6.
- Ciaburro G., Iannace G. Machine learning-based algorithms to knowledge extraction from time series data: A review. *Data*. 2021; 6 (6): 55. <https://doi.org/10.3390/data6060055>.
- Daw A., Bu J., Wang S., et al. Rethinking the importance of sampling in physics-informed neural networks. *arXiv preprint*, 2022. <https://doi.org/arXiv:2207.02338>.
- Frank M., Drikakis D., Charissis V. Machine-Learning Methods for Computational Science and Engineering. *Computation*. 2020; 8: 1-35. <https://doi.org/10.3390/computation8010015>.
- Maier H.R., Razavi S., Kapelan Z., et al. Introductory overview: Optimization using evolutionary algorithms and other metaheuristics. *Environmental Modelling and Software*. 2019; 114: 1-44. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2018.11.018>.
- Vadyala S.R., Betgeri S.N., Matthews J.C., et al. A review of physics-machine learning in civil engineering. *Results in Engineering*. 2022: 1-38. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.04600>.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Роман Дмитриевич Пряжевский –

старший преподаватель кафедры высшей математики и физики, ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе» (МГРИ), г. Москва, Российская Федерация

Виктор Аркадьевич Атрушкевич –

д-р техн. наук, профессор, ведущий научный сотрудник отдела моделирования геотехнических систем, ФГБУН «Институт проблем комплексного освоения недр имени академика Н. В. Мельникова» Российской академии наук, г. Москва, Российская Федерация

Евгений Юрьевич Барменков –

канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой горно-технологических систем и энергетических комплексов имени Н. В. Тихонова ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе» (МГРИ), г. Москва, Российская Федерация

Критерии авторства:

Авторы заявляют о равном вкладе каждого в работу над статьей.

Конфликт интересов:

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Информация о статье

Поступила в редакцию: 18.02.2026

Поступила после рецензирования: 06.05.2026

Принята к публикации: 03.06.2026

ABOUT THE AUTHORS

Roman D. Pryazhevsky –

Senior Lecturer, Department of Higher Mathematics and Physics, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Sergo Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting”, Moscow, Russian Federation

Victor A. Atrushkevich –

Dr. Sci. (Eng.), Professor, Leading Research Scientist of the Department of Design Theory of Subsoil Development, Institute of Comprehensive Exploitation of Mineral Resources Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

Evgeny Yu. Barmenkov –

Cand. Sci. (Eng.), Docent, Head of the Department of Mining and Technological Systems and Energy Complexes named after N.V. Tikhonov, Sergo Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Sergo Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting”, Moscow, Russian Federation

Contribution:

The authors participated equally in the writing and collection of the material, as well as its processing.

Conflict of interest:

The authors declare no conflict of interest.

Article info

Received: 18.02.2026

Revised: 06.05.2026

Accepted: 03.06.2026